Юрий Владимирович Гранц

Механика сплошных сред.

Литература:

1) Петкевич „Основы мех-ки спл. сред"
2) Ландау, Лившиц „Гидродинамика"
3) Ольховский „Курс теормеха для физиков"

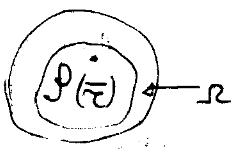
Глава 1. Кинематика спл. среды.

1.1. Концепция СС.

допущение, что рассм-мая {} позволяет использовать полевые переменные.

1 поле

$R^2 \to R$



$\Rightarrow \rho = \dfrac{m_1}{V_1}$

$\dfrac{m_2}{V_2}$

в зав-ти от шага $\dfrac{m_n}{V_n} = const$

$\Rightarrow$ постулируем, что $\lim\limits_{\Omega \to 0} \dfrac{m}{V} = \rho(r)$

ф-ция $\rho(r)$ д. достаточно гладкая, $\Rightarrow$ поле гладкое

Описания, используемые при разных масштабах в зависимости от изучаемой {}-ы (ядро или космология)

имеется конечное число полевых уравнений

2 способа: подход Эйлера (точка привязана к с.к.)
подход Лагранжа (ч-ца привязана к с.к.)

работают основные соотношения Ньютоновской механики $v \ll c$ (кроме магнитной гидродинамики)

нерелятивизм - пространство событий имеют галилееву структуру.

(время когда и место где) - событие

Место - 3D Евклидово дополнитель

время абсолютно

Принцип детерминизма, т.е. $f(v, r, t)$

Напоминание:

лин. - непрерывн. функционал

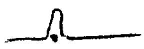
$$\int f(x)\,\varphi(x)\,dx$$

$$\varphi(x) \in \Phi$$

правило соответствия

$\frac{m}{V}$

$\varphi_{\vec{r}_0}(\vec{r})$ - не нулевая в $\vec{r}_0$



т.к. мы суммируем

$$\int \varphi_{\vec{r}_0}(\vec{r})\, f(\vec{r})\, d\vec{r}$$

некое ядро

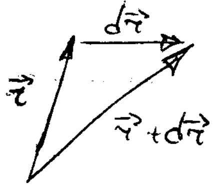
Дальше - условие на объём: $\int \varphi(\vec{r})\, d\vec{r} = 1$

В результате получим обобщённую функцию

1.2 Поле скоростей и деформаций среды.

$v(\vec r, t)$

Дв-ие не сопровождается деформациями: между двумя выбранными точками расстояние не меняется.



$i, j, k = 1, 2, 3 \quad (x, y, z)$

$v_i(x_k + dx_k, t)\, dx_i = v_i(x_k, t)\, dx_i$

$(\partial_k v_i\, dx_k\, dx_i = 0) \qquad (*)$

Справедливо для $\forall$ бесконечно малых dx

$\partial_k v_i \neq \partial_i v_k$

$\partial_k v_i = v_{ki} + \chi_{ki}$

$v_{ki} = \frac{1}{2}(\partial_k v_i - \partial_k v_k) \Rightarrow v_{ki} = v_{ik}$

$\chi_{ki} = \frac{1}{2}(\partial_k v_i - \partial_k v_k) \Rightarrow \chi_{ki} = -\chi_{ik}$

свертка $\forall$ антисимметричного тензора

симметричным $\Rightarrow$

$dx_k dx_i$ – симм. тензор $\Rightarrow dx_i\, dx_k = dx_k\, dx_i$

$\Rightarrow \chi_{ki}\, dx_k\, dx_i = 0$

$\Rightarrow (*) \Rightarrow \quad v_{ki}\, dx_k\, dx_i = 0$, т.к. для $\forall\, dx_i$

$\Rightarrow v_{ik}(\vec r, t) \equiv 0$

тензор скоростей деформации

т.к. $v_{ik} = v_{ki}$ симметрична $\Rightarrow$ матрица эрмитова $\Rightarrow \exists$ 3 собств. векторы ортогональные, собств.

числа различны, либо м.б. сделаны ортого-
нальными если хотя бы два из собственных
чисел одинаковые

$\Rightarrow$ можно привести к виду

$$v_{ik} = diag(v^{(1)}, v^{(2)}, v^{(3)})$$

$v^{(i)}$ - собственные

Рассмотрим 2 близких точки и малый
временной интервал

$$dx_i' = dx_i + v^{(i)} dx_i \delta t = v^{(i)} \delta_{ik}$$

$$\Rightarrow V' = \prod_{i=1}^{3} dx_i' = V\left(1 + \sum_{k=1}^{3} v^{(k)} \delta t\right)$$

$$\frac{1}{V} \frac{\delta V}{\delta t} = \sum_{k=1}^{3} v^{(k)}$$

$$\Rightarrow dt \to 0 \Rightarrow \quad \frac{1}{V} \frac{dV}{dt} = Tr(v_{ik})$$